

Concursul Național de Matematică Aplicată "Adolf Haimovici"
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a IX-a - tehnic și servicii – barem

1. a) Fie D, E, F mijloacele laturilor BC, CA, AB

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AD} \quad 2p$$

$$\text{Și analoagele } \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CG} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{CF} \quad 1p$$

$$\text{și ținând cont că } \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \text{ și analoagele} \quad 2p$$

se obține concluzia 1p

$$b) \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GP} \quad 2p$$

$$(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}) + 3\overrightarrow{GP} = \vec{0} \Rightarrow P = G \quad 2p$$

2. a) $S_n = n^2 \Rightarrow S_1 = a_1 = 1^2 = 1$ 2p

$$S_2 = 4 \quad a_2 = S_2 - S_1 = 3 \quad 2p$$

$$r = 2 \quad 2p$$

$$b) 2012 = 1 + (n-1) \cdot 2$$

$$2(n-1) = 2011 \quad n \notin \mathbb{N} \quad 2p$$

$$2011 = 1 + (n-1) \cdot 2$$

$$2(n-1) = 2010 \quad n-1 = 1005 \quad n = 1006 \quad 2p$$

3. Se demonstrează cerința 10p

4. a) Inducție 5p

$$b) S = (1^2 + 2^2 + \dots + 50^2) - (1^2 + \dots + 5^2) \text{ și se aplică a) } \quad 5p$$

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluție corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Concursul Național de Matematică Aplicată "Adolf Haimovici"
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a X-a - tehnic și servicii - barem

- | | |
|---|-----------|
| 1. a) Se arată că $\bar{z} = z$ cu x_1, x_2 complexe conjugate. | 5p |
| b) $z = a + bi$ | 1p |
| Se obține $a^2 + (b-1)^2 = 0$ | 2p |
| de unde $a=0, b=1$, deci $z=i$ | 2p |
| 2. $a \cdot c = b^2$ | 2p |
| $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \log_x a + \log_x c = \log_x ac$ | 6p |
| $= \log_x b^2 = 2 \log_x b$ | 2p |
| 3. Prin ridicarea la pătrat se obține | 1p |
| $3 + a\sqrt{2} + 3 - a\sqrt{2} - 2\sqrt{9 - 2a^2} = 4$ | 4p |
| $2\sqrt{9 - 2a^2} = 2 \quad 9 - 2a^2 = 1$ | |
| $2a^2 = 8 \quad a = \pm 2$ | 5p |
| 4. a) Se verifică prin calcul | 5p |
| b) Se aplică a= pentru $a = 2^n$, | |
| $b = 3^n, c = 5^n$ și se obține | 1p |
| $2^n = 3^n = 5^n$ | 2p |
| de unde $n = 0$ | 2p |

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluție corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Concursul Național de Matematică Aplicată "Adolf Haimovici"
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a XI-a - tehnic și servicii - barem

- | | | |
|--|---|------------|
| 1. a) Se arată că determinantul | $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 25 & 1 \\ 8 & 125 & 1 \end{vmatrix} \neq 1$ | 5p |
| b) Se calculează $d = 12 \cdot 10^n$ | | 3p |
| și atunci $A = \frac{1}{2} d = 6 \cdot 10^n = 6000$ | | 1p |
| de unde $n=3$ | | 1p |
| 2. a) Se demonstrează prin calcul | | 3p |
| b) Se verifică imediat | | 3p |
| c) Din b) rezultă $2 - (a + d) \cdot \sqrt{2} + (ad - bc) = 0$ | | 2p |
| de unde $ad - bc = -2$ și $a + d = 0$ | | |
| Atunci din a) se obține | | |
| $A^2 = 2I_2 = 0_2$, adică concluzia | | 2p |
| 3. a) Se determină limita 0 | | 5p |
| b) Se arată că limita este -2 | | 5p |
| 4. Se determină $a = 1$, $b = -3$ | | 10p |

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluție corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Concursul Național de Matematică Aplicată "Adolf Haimovici"
Faza Zonală - 11 februarie 2012**Clasa a XII-a - tehnic și servicii - barem**

- | | |
|--|----|
| 1. a) Se demonstrează cerința | 2p |
| b) Se demonstrează cerința | 5p |
| c) Se arată că $x \circ x \circ \dots \circ x = (x-5)^n - 5$ | 2p |
| și apoi $(x-5)^n = x-5$ de unde $n=1$ | 1p |
| 2. a) Se determină $a=b=c=1$ | 5p |
| b) Se obține $(x^2+x+1)e^x + C$ | 5p |
| 3. a) Se demonstrează cerința | 5p |
| b) Se arată că $b \circ b \circ b \circ b \circ b = a$ | 5p |
| 4. a) Se arată că f este continuă | 5p |
| b) Se determină primitiva | 5p |

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluție corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem